

Российская академия наук
Институт океанологии им. П.П. Ширшова
(ИО РАН)

СОСТОЯНИЕ И РАЗВИТИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОКЕАНА
В ИНТЕРЕСАХ ВМФ

Руководитель работы
д.ф.-м.н.
Семенов Е.В.

Москва 2008

Оглавление

Реферат.....	2
Введение.....	2
Современные представления об изменчивости океанологических полей.....	3
Оперативные численные модели гидрофизических полей океана.....	6
Проблемы создания систем оперативного мониторинга в нашей стране и за рубежом.....	10
Результаты работ в области оперативной океанологии.....	12
Примеры расчетов по негидростатическому варианту моделей.....	23
Краткие выводы.....	25
Литература.....	25

Реферат

Для оперативной модели Белого моря в 2007г проведено сравнение решения глобальной оперативной модели Белого моря с полигонными измерениями на основе обрывных зондов. Сравнение результатов позволяет сделать вывод об удовлетворительной работе глобальной оперативной модели. Была выполнена калибровка расчетного уровня с натурными измерениями на ГМС «Соловки». При расчетах впервые использовался вихреразрешающий вариант модели, что позволило избежать модельного эффекта перегрева нижних слоев.

Для совершенствования элементов системы оперативного мониторинга Баренцева моря в 2007г был выполнен эксперимент по использованию попутных судовых наблюдений с рыболовного судна находящегося на промысле в южной части Баренцева моря. Удалось выполнить за 5 суток съемку из 56 глубоководных термохалинных станций. В отличие от съемки экспедиционным судном, например, во время 21 экспедиции 2005г на НИС «Ак.С.Вавилов» данная съемка была на нерегулярной в пространственном и временном отношении, что сказалось и на точности по сравнению с указанной выше экспедицией. Так максимальная ошибка по температуре выросла в среднем на 0.2-0.3 градуса. Тем не менее данный путь весьма перспективен поскольку финансовые затраты неоправданы, а в море, одновременно, находятся десятки рыболовных судов.

Введение

Применение численных гидродинамических моделей морской среды позволяет решать ряд важных задач для военно-морского флота страны. К числу задач, для решения которых необходимо использование информации о морской среде, можно отнести вопросы военно-морской тактики и стратегии, планирование учений и испытаний вооружений, расчеты параметров объектов и создаваемых ими возмущений морской среды, поиск и обнаружение противника, разработка мероприятий по скрытности и т.д.

Современные гидроакустические расчетные методы опираются на т.н. согласованные методы расчета акустических параметров, которые включают в себя, в том числе, и информацию о состоянии морской среды в реальном времени. Это позволяет, по имеющимся оценкам, вдвое увеличить дальности обнаружения.

Другой пример, - стратификация морской среды, т.е. плотностная переслоенность морской воды по вертикали. Чем сильнее стратификация – тем выше частота собственных колебаний морской среды, в данном случае, внутренних волн. При наличии стратификации, совершенно не все равно как выбирать свой курс подводной лодке. Так двигаясь в сильно стратифицированной и, следовательно, насыщенной энергией среде подводная лодка неизбежно будет возбуждать различного рода демаскирующие эффекты. Следовательно, лучше двигаться в слабо стратифицированной среде. Верны также и рассуждения обратного порядка и том где следует искать противника, имея ввиду, характеристики стратификации морской среды.

Современные представления об изменчивости океанологических полей.

Причиной приводящей к необходимости применения достаточно сложных методов оперативной океанологии является, в первую очередь, изменчивость морской среды. Собственно изменчивость океанологических полей установленный экспериментально факт. Принято делить процессы, приводящие к изменчивости океанологических полей по пространственно-временным масштабам.

В настоящее установлено, что основной энергетический вклад в изменчивость морской среды вносит т.н. синоптические вихри. Их аналогом в атмосфере являются хорошо известные атмосферные циклоны и антициклоны, которые, как все хорошо знают, определяют погоду в конкретный срок.

Полезно, рассмотреть классификацию процессов по пространственно-временным масштабам с тем, чтобы хотя бы отчасти упорядочить всю совокупность процессов геофизической термогидродинамики, наблюдаемую в океане.

Воспользуемся классификацией процессов, предложенной в работе Моница А.С. и

Корчагина Н.Н. «Мезоокеанология». В океане различают неоднородности горизонтального и вертикального развития, которые порождаются обширной иерархией разномасштабных по пространству и времени процессов. Пространственный спектр масштабов рассматриваемых явлений от молекулярных и до размеров собственно океана. При этом спектр масштабов и пространственный и временной не является непрерывным, а собирается в некоторые группы, удаленные на спектре друг от друга. Эта особенность и позволяет ввести классификацию основных процессов. Объединенные по близости пространственно-временного масштаба и, зачастую, имея различные физические причины их порождающие, процессы могут быть разбиты на четыре интервала: **крупномасштабный, мезомасштабный, тонкоструктурный и мелкомасштабный**. Далее приведем описание авторами работы «Мезоокеанология» соответствующих интервалов: «Минимальный интервал спектра масштабов включает структурные неоднородности с размерами от долей миллиметра до 1-2 м – масштаб **микроструктуры**. Этот интервал связан с такими процессами, как мелкомасштабная турбулентность, микроконвекция, молекулярные процессы, а также с самой короткопериодной частью спектра внутренних волн. В этом интервале вертикальные и горизонтальные движения жидкости равноправны. Временные масштабы микроструктуры, с одной стороны, ограничены самой высокочастотной компонентой спектра флуктуаций гидрофизических полей (доли секунды), с другой стороны, его можно ограничить локальной частотой

Вэйсяля-Брента $N = \left(\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^{1/2}$, где g – ускорение свободного падения; ρ_0, ρ – средняя и текущая потенциальные плотности морской воды.

Следующий за микроструктурой интервал **тонкой структуры (ТС)** полей включает неоднородности вертикальными размерами от масштабов локально-изотропных турбулентных пульсаций скорости жидкости в устойчиво стратифицированной среде

$L \approx \varepsilon^{1/2} / N^{3/2}$, (ε – скорость диссипации турбулентной энергии), минимальные оценки которого составляют от 10 см до нескольких десятков метров. Горизонтальная протяженность таких неоднородностей на два – три порядка больше их вертикальных размеров. Поэтому тонкоструктурные неоднородности полей имеют характер слоистой стратификации вод в океане. Этот интервал связан с такими процессами, как дифференциально-диффузионная конвекция, короткопериодные внутренние волны, турбулентное перемешивание и др. Соответствующие вертикальным размерам тонкоструктурных неоднородностей временные масштабы менее определены, особенно в области длиннопериодной части спектра: в ней время жизни тонкоструктурных слоев может изменяться от нескольких часов до десятков суток. Минимальные сроки жизни

таких слоев также неопределенны. Однако, поскольку одним из главных механизмов тонкоструктурного расслоения вод являются внутренние волны, за минимальный срок жизни ТС естественно принять локальный период Вьясяля-Брента.

Третий интервал отражает наименее изученные в океане мезомасштабные явления. Вертикальные размеры таких явлений меняются от нескольких метров до сотни метров, а их горизонтальные масштабы $10^2 - 10^4$ м. Нетрудно заметить, что пространственные масштабы тонкоструктурных и мезомасштабных неоднородностей физических полей частично перекрываются, что создает определенные трудности в распознавании того или иного образа явлений. Однако в отличие от ТС мезомасштабные явления представлены более устойчивыми структурами. При этом максимальные времена жизни мезоструктур могут составлять месяцы, например, для термохалинных ступчатых структур и даже годы, как у внутритермоклинных линз, а иногда и более того, как у квазистационарных струйных течений. Минимальный же срок жизни мезоструктур менее определен, и здесь мы его условно ограничиваем одним часом. Таким образом, временной интервал мезомасштабных явлений в океане можно заключить в диапазоне $10^0 - 10^4$ ч.

Четвертый интервал масштабов явлений соответствует крупномасштабным структурам движений вод. Этот интервал включает крупномасштабные квазистационарные течения и противотечения, меандры и ринги, образованные такими течениями, синоптические вихри, волны Россби и др. Основными структурообразующими факторами в этом интервале движений являются вращение Земли и ее сферичность. Пространственные масштабы таких явлений составляют по вертикали от 100 м до всей толщи океана, а по горизонтали от 100 км до размеров самого океана. Такие структуры довольно устойчивы, и их времена жизни составляют от нескольких лет и более».

Можно утверждать, что в настоящее время интересы флота требуют учета, как минимум, крупно- и мезомасштабных явлений. Очевидно также, что в ряде случаев, необходим учет ветровых и внутренних волн, которые, в соответствии с приведенной классификацией, относятся к тонкоструктурным масштабам. Поэтому становится ясным, что переход к методам оперативной океанологии представляет собой трудную задачу.

На самом деле ситуация еще сложнее: в последние годы отмечаются очевидные изменения уже среднестатистических (климатических) характеристик океанологических полей. Приведем пример, свидетельствующий о таких изменениях. На рисунке 1 приведены поля температуры и солёности на полигоне в Баренцевом море на горизонтах 0м, 45м и 90м (врезка) для середины июня 2005г. на фоне климатических полей для июня месяца (по результатам 21 рейса НИС «А.С.Вавилов»).

Очевидно, что в июне 2005г. теплые и высокосолёные воды Северо-Атлантического течения проникли далеко на восток относительно своего среднестатистического

положения. Среднеквадратическое отклонение от климатической нормы по температуре на всех уровнях для 54 станций превысило 1 градус. Не настаивая именно на глобальном потеплении, (в ряде полей, особенно в промежуточных и глубинных слоях Атлантики отмечается наоборот охлаждение), необходимо признать сам факт изменения среднестатистических характеристик океанологических полей. Сказанное приводит к выводу о необходимости использования методов оперативной океанологии при решении задач в интересах флота. Именно проблемам оперативной океанологии уделим главное внимание в дальнейшем.

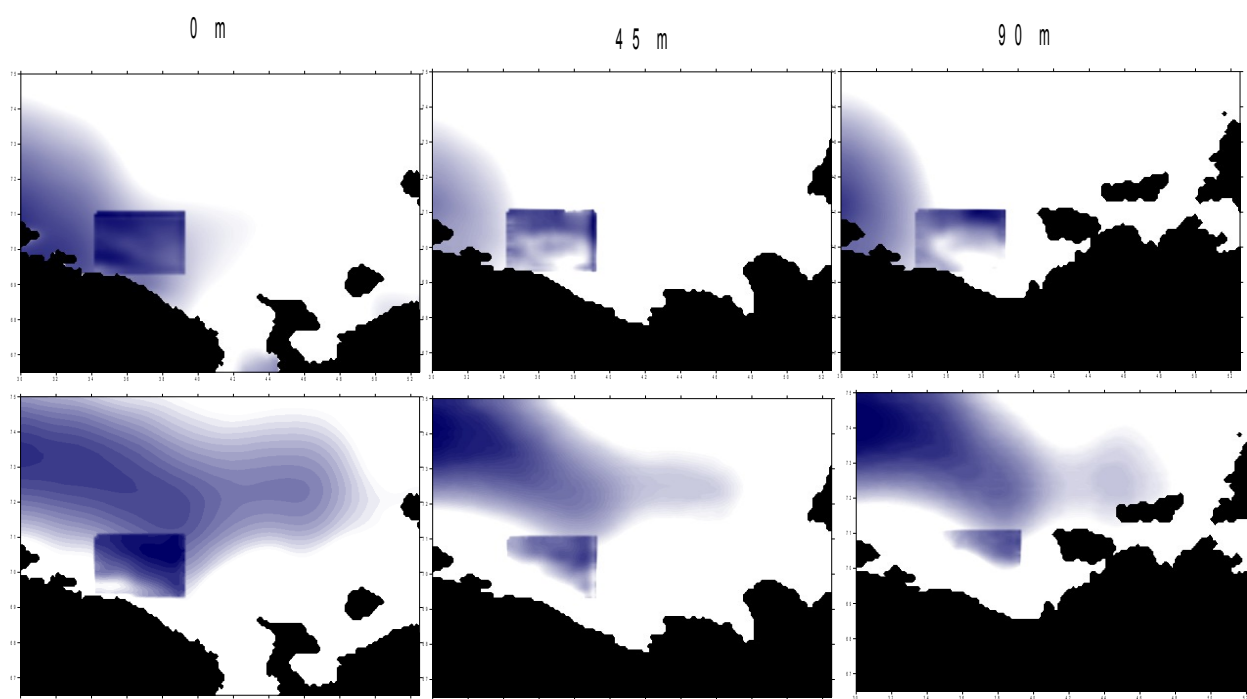


Рис. 1.

Поля температуры в июне 2005г. (на врезке сверху) и солёности (на врезке внизу), восстановленные методами оперативной океанологии (Семенов, 2005г.) по данным наблюдений, на фоне климатических полей Баренцева моря (данные Левитуса, июнь).

Оперативные численные модели гидрофизических полей океана.

Каждая система оперативного мониторинга (СОМ) гидрофизических полей, реализующая задачу оперативной океанологии технологически включает три основных компонента: специализированную наблюдательную сеть, математический блок усвоения натурной информации и специализированную математическую численную модель, которая в итоге и вычисляет динамически согласованные, удовлетворяющие основным законам сохранения гидрофизические поля в режиме реального времени.

В основе любой СОМ лежит требование выполнения расчета с заданной точностью параметров морской среды (полей течений температуры, солёности, плотности и давления) в реальном времени и с необходимым пространственно-временным разрешением.

Математический аппарат, используемый для решения задач оперативной океанологии это аппарат четырехмерного анализа данных наблюдений, который включает в себя методы подготовки данных, нахождение краевых условий (решение обратных задач), методы решения начально-краевых задач.

Задачей четырехмерного анализа данных океанографических наблюдений в общем случае можно считать нахождение эволюции основных гидрофизических полей во всей трехмерной области за весь период проведения измерений. Очевидно, что в случае непрерывного выполнения необходимого комплекса измерений, задача анализа переходит уже в задачу мониторинга рассматриваемой акватории.

Необходимо также отметить, - решение задачи четырехмерного анализа данных измерений есть необходимое условие для выполнения краткосрочного и среднесрочного прогноза гидрофизических характеристик в исследуемой области.

Из определения краткосрочного прогноза следует принципиальная зависимость решения при таком прогнозе от начальных условий. При решении задачи четырехмерного анализа начальные условия на момент начала прогноза известны.

Решение задачи среднесрочного прогноза требует уже знания неадиабатических источников на прогнозируемой акватории. И здесь можно предложить методику получения таких неадиабатических источников при решении задачи четырехмерного анализа данных наблюдений.

Остановимся на наиболее сложной проблеме нахождения краевых условий (решения обратных задач) и приведем пример достаточно общей постановки начально-краевой задачи. Почему же возникает необходимость решения весьма сложных обратных задач?

Рассмотрим морской бассейн, имеющий как твердые так и жидкие границы. Состояние морской среды описано, если известен в заданных точках функционального пространства вектор состояния $\Phi(U, P, T, S, \rho)$, где: U – вектор скорости течения, состоящий из трех компонент; P – гидростатическое давление; T, S, ρ – температура, солёность и плотность, соответственно.

Важно, что для бароклинного океана необходим согласованный расчет всех указанных компонент одновременно, если только ставится задача о получении каких-либо количественных характеристик. Поэтому, вектор состояния необходимо находить как решение начально-краевой задачи:

$$\Phi = L(\Phi^0, \Phi_r); \quad (1)$$

где: Φ^0 – вектор начальных условий, Φ_r – вектор граничных условий.

$L(\Phi^0, \Phi_r)$ – замкнутая система дифференциальных уравнений в частных производных с краевыми условиями – математическая модель.

Проблема состоит в том что, как правило, из данных наблюдений Φ^0, Φ_r – неизвестны, отчасти и потому, что синхронное измерение Φ^0, Φ_r , практически, невозможно. На практике же известен вектор состояния $\Phi(U, P, T, S, \rho)$, который есть подмножество $\Phi(U, P, T, S, \rho)$, т.е., известно решение в отдельных точках интересующей области моря.

Задача состоит в определении векторов: Φ^0 – вектора начальных условий и Φ_r – вектора граничных условий по значениям неполного вектора состояния $\Phi(U, P, T, S, \rho)$, известного в отдельных точках расчетной области, т.е., имеем, т.н., обратную задачу.

Решение обратных задач, которые относятся к классу некорректно поставленных, представляет известные трудности. Проблема сводится к необходимости получать сглаженное решение (регуляризация), причем гладкость решения зависит в первую очередь от количества и качества (точности) измеренного решения $\Phi(U, P, T, S, \rho)$.

В общем виде, обратная задача может быть сформулирована как вариационная. При этом основной проблемой является нахождение градиентов в функциональном пространстве, которые необходимы для нахождения оптимальных вариаций краевых условий. На этом пути возникают проблемы с формулировкой сопряженного оператора для сложных нелинейных систем геофизической гидродинамики и необходимостью хранить при решении сопряженной задачи решение прямой задачи. После линеаризации исходной нелинейной системы при численной аппроксимации сопряженный оператор может быть найден, сложнее с необходимостью хранить, как правило, большие массивы решения прямой задачи.

Поэтому имеют смысл поиски упрощенного решения задачи. На практике часто реализуется подход, разработанный в институте океанологии им. П.П. Ширшова РАН и неоднократно апробированный для обработки глубоководных термохалинных измерений. Подход основан на формулировке задачи как вариационной. Важно, что используемый подход применим к сложным нелинейным системам уравнений термогидродинамики океана. Предлагаемый подход тестировался на точных решениях и показал вполне приемлемые результаты. Условно метод можно назвать методом ньютоновских источников.

Внешний итерационный цикл можно описать следующим образом:

$$1. \text{ а) } L(\Phi_0^0) = \Phi_0^m, \quad t = t_0 - t_m, \quad \Delta t > 0, \quad \text{расчет ошибки (RMSE).} \quad (2)$$

$$\text{б) } \Phi_1^0 = L^*(\Phi_0^m) + Q_f(\Phi, \underline{\Phi}), \quad t = t_m - t_0, \quad \Delta t < 0, \quad \text{усвоение измерений } \underline{\Phi}.$$

где: $L^*()$ – оператор интегрирования по времени назад, отличающийся от $L()$ знаками перед локальной производной по времени и перед слагаемыми, описывающими трение и процессы турбулентной диффузии; $Q_f(\Phi, \underline{\Phi})$ – оператор, описывающий процедуру ассимиляции натуральных данных.

$$2. \text{ а) } L(\Phi_1^0) = \Phi_1^m, \quad t = t_0 - t_m, \quad \Delta t > 0, \quad \text{расчет ошибки.} \quad (3)$$

$$\text{б) } \Phi_2^0 = L^*(\Phi_1^0) + Q_f(\Phi, \underline{\Phi}), \quad t = t_m - t_0, \quad \Delta t < 0, \quad \text{усвоение измерений } \underline{\Phi}.$$

.....
и т. д.

На этапе а) происходит решение краевой задачи на основе очередного приближения краевых условий. В качестве нулевого приближения начальных условий можно задавать или климатические условия или данные измеренных значений, отнесенные к начальному моменту времени. На этом этапе происходит расчет среднеквадратичной ошибки расчета на основе данных измерений, которые считаются точными.

На этапе в) исходная система уравнений термогидродинамики океана интегрируется по времени назад, при этом все слагаемые описывающие турбулентный обмен и трение в системе сохраняют свой знак по отношению к производной по времени. При этом происходит ассимиляция данных наблюдений путем введения оператора $Q_f(\Phi, \underline{\Phi})$, который имеет вид ньютоновского источника, т.е. зависит от разности измеренного и расчетного значений функции. Вид его не совсем тривиален, а весовая функция, в общем виде, не изотропна и зависит от характеристик движения типа f/H и структуры течения (здесь: f – параметр Кориолиса, H – рельеф дна).

Следующее приближение начального условия получается непосредственно при интегрировании по времени назад и достижении момента времени t_0 .

Важно как варьируются граничные условия. Здесь принципиально используются два положения: применение условий излучения для нахождения граничных условий первого

рода на жидкой границе и факт интегрирования системы уравнений вперед-назад по времени.

При использовании условий излучения, когда возмущение стремится покинуть область расчета, привлекается информация из внутренней части области, т.е. граничные условия находятся с учетом усвоенных данных измерений. Таким образом, та часть граничных точек, которая была определена с использованием условий излучения, скорректирована данными измерений. Остаются, тем не менее, точки, где фазовая скорость возмущения направлена внутрь области и где граничные условия должны быть заданы.

Решение данной проблемы происходит при смене направления интегрирования системы уравнений, когда меняется знак приращения по времени и, соответственно, знак фазовой скорости возмущения (а знак фазовой скорости определяет тип граничной точки) и втекающие точки становятся вытекающими, и в свою очередь, определяются с использованием условия излучения и, соответственно, данных измерений. Таким образом, все граничные точки, в итоге, определяются по условиям излучения, а значит, с использованием данных измерений.

Имеет место весьма важный момент, связанный с обработкой граничных значений. Дело в том, что при использовании ньютоновских источников порождаются инерционно-гравитационные волны, которые, унося избыточную, геострофически не согласованную энергию, покидают область расчета при применении условий излучения. Поэтому временной ряд, полученный при использовании условий излучения в точке содержит значительный эффект инерционно-гравитационных волн не имеющих физического смысла и которые должны быть отфильтрованы при смене направления интегрирования перед использованием временного ряда граничных условий.

Процесс решения контролируется по эволюции средоквадратичной ошибки (RMSE), которая при правильном варьировании Φ^0 и Φ_r должна уменьшаться. Принимаются те значения Φ^0 и Φ_r , которые минимизируют RMSE.

После определения Φ^0 и Φ_r решается задача:

$$\Phi = L(\Phi^0, \Phi_r) \quad (4)$$

и находится приближенное решение во всей области 4-х мерного пространства.

Данный алгоритм неоднократно использовался при обработке глубоководных термохалинных измерений на полигоне Гольстрима (1984), Мегаполигоне (1987), полигоне г. Пулковской (1989), на полигоне к северо-западу от Новой Земли (1997), на центральном полигоне 21 экспедиции НИС «Ак.С.Вавилов» (2005), на динамическом полигоне в Белом море в рейсе НИС «Эколог» (2007).

Конечным этапом решения задачи четырехмерного анализа данных наблюдений является решение начально-краевой задачи на основе полученных приближенных начальных и граничных условий.

Проблемы создания систем оперативного мониторинга в нашей стране и за рубежом.

Остановимся кратко на состоянии вопроса об оперативной океанологии в нашей стране и за рубежом. Основной проблемой развития оперативных систем мониторинга морской среды является создание дорогостоящих наблюдательных систем, которые в широком смысле включают в себя стационарные наблюдательные системы (заякоренные буйковые станции, донные станции, береговые системы, спутниковые наблюдения, наблюдения на подвижных морских объектах (судовые наблюдения, данные дрейфующих поплавков и т.д.). Очевидно, что развертывание таких систем – дорогостоящая задача.

На самом деле все зависит от тех задач, которые решаются. Если говорить о задачах обороны собственных рубежей, то представляется, что данная проблема может быть вполне решена на основе лишь судовых наблюдений, которые поставляют наиболее содержательную информацию.

Утверждаем, что для целей защиты своих рубежей создание таких систем в окраинных морях России принципиально возможно и недорого на базе апробированной методики судовых наблюдений.

В настоящее время можно говорить только об одной имеющейся в нашей стране системе оперативного мониторинга морской среды, созданной для Белого моря. Учитывая специфику динамических процессов в Белом море, данная система использует весьма ограниченный объем оперативной входной информации, без использования элементов наблюдательной сети внутри самого моря.

Если говорить о разработках оперативных систем мониторинга на западе, то необходимо отметить несколько важных моментов, во-первых, как минимум три из них глобальные.

Одна из них (NLOM – Navy Layered Ocean model), с разрешением порядка $1/16$ градуса предназначена для оперативного анализа и прогноза основных гидрофизических полей океана с разрешением синоптического пространственно-временного масштаба.

Другая, NCOM – Navy Coastal Ocean model запущена в оперативный режим в конце 2002г., предназначена для более детального описания прибрежных, мелководных и слабостратифицированных районов.

Отдельного рассмотрения заслуживает мобильная оперативная система MODAS-NRLPOM (запущена не позже лета 2000г.) с весьма развитым математическим и

программным обеспечением, позволяющим быстро, в течение нескольких часов перенастраивать систему на любой заданный морской регион с учетом специфической термогидродинамики рассматриваемого района. Концепция этой системы – за несколько часов выполнить анализ и дать прогноз на 2 дня для любого района Мирового океана независимо от того имеются ли в районе наблюдения in-situ или другие наблюдения непосредственно в интересующем районе. Концепция MODAS-NRLPOM определенно направлена на решение задач военного флота в первую очередь. Следует признать концепцию MODAS-NRLPOM весьма состоятельной.

Следует отметить, что все системы программно и технологически связаны между собой, что позволяет действительно оперативно рассчитывать необходимые гидрофизические параметры и давать прогноз. Так система MODAS обрабатывает входную информацию для всех моделей.

По существу имеет место единая глобальная оперативная система освещения подводной обстановки.

Имеются региональные оперативные системы, например, оперативная система мониторинга Средиземного моря, прогностическая система высокого разрешения для Балтийского моря HIROMB, в нашей стране ведутся работы по созданию прогностической оперативной модели Финского залива Балтийского моря.

По математической постановке на основе доступных источников многие положения математической постановки задач оперативной океанологии отечественные и зарубежные похожи, но отставание в части используемых вычислительных средств, возможностей наблюдательных сетей, объемов финансирования работ представляется существенным.

Отметим дополнительно два важных обстоятельства. Глобальные системы могут быть развернуты в любом районе Мирового океана в течение нескольких часов и дают точность, превышающую климатическую оценку.

Важно отметить, что совершенно по-разному создавались базы океанологической информации у нас и за рубежом. Наши базы содержат осредненные данные по времени и пространству для различных районов Мирового океана. Наряду с аналогичными данными зарубежные базы содержат принципиально иную информацию, которая и позволяет им решать задачи оперативной океанологии более эффективно. Эти базы содержат информацию о вертикальной структуре полей для различных структурных образований – циклонов и антициклонов. При этом, имея оперативную спутниковую информацию о типе структурного образования и параметрах этого образования на поверхности, удастся на основе архивных данных о вертикальной структуре таких образований в данном месте и в данное время года получить оценку вертикальных профилей основных полей, превышающих по точности климатическую оценку.

Результаты работ в области оперативной океанологии.

Рассмотрим некоторые результаты, полученные в нашей стране в области оперативной океанологии. Предложенный выше, в общем виде, подход, основанный на ньютоновских источниках, вообще говоря, универсален. Основная трудность связана с решением обратной задачи. На практике, этот этап требует максимальных финансовых затрат вследствие необходимости создания эффективной наблюдательной сети на контролируемой акватории. Одними из наиболее информативных измерений для решения задач оперативной океанологии являются глубоководные термохалинные измерения.

При этом степень пространственно-временного разрешения наблюдательной сети определяет и точность восстанавливаемого решения. Тем не менее, для региональных систем оперативной океанологии создание комплексных наблюдательных сетей решаемая задача.

Очевидно, что в случае создания глобальных систем оперативной океанологии подход к созданию наблюдательной сети должен основываться на дистанционных методах, прежде всего спутниковых методах измерения доступных характеристик морской поверхности с последующим использованием правильно собранной архивной информации для приближенного восстановления вертикальной структуры океанологических полей. При этом конечно необходимо использование дополнительной информации в районах представляющих наибольший интерес.

Вообще говоря, вариационная формулировка задачи четырехмерного анализа принципиально допускает использование практически любой измеряемой информации, эволюция полей которой может быть строго описана.

Следует признать, что именно создание эффективных наблюдательных сетей – есть центральная проблема оперативной океанологии.

В этой связи представляют особый интерес морские акватории, где возможны постановки оперативных задач изначально как краевых без промежуточного трудоемкого этапа решения обратной задачи. Конечно, с увеличением требований к точности решения, все равно придется решать полные постановки, однако, возможность получать приемлемое для практики решение непосредственно на основе постановки краевой задачи весьма соблазнительна.

В нашей стране можно назвать, по крайней мере, один такой бассейн – Белое море. Причина такой возможности кроется в решающем преобладании относительно легко контролируемых в Горле Белого моря периодических приливных процессов в динамике вод Белого моря. Другие наиболее важные процессы, а именно, атмосферный форсинг может задаваться на основе уже существующих оперативных технологий для атмосферы.

Возможности создания системы оперативного мониторинга на Белом море апробировались в 2004, 2005, 2006г. и в 2007г. в натурных условиях.

При испытаниях в качестве оперативной информации использовался четыре раза в сутки срочный приземный (приводный) анализ атмосферы. Оперативно задавались поля напряжений трения ветра и потоки тепла. Учитывая опыт 2004г. в 2005г. предварительно в начале лета были выполнены пять глубоководных термохалинных станций с целью корректировки термохалинной структуры глубоководных слоев, которая формируется в зимний период, исключенный пока из рассмотрения. Получаемые расчетные поля основных океанологических характеристик сравнивались с натурными измерениями, в том числе, с расчетными профилями скорости звука, основанными на натурных данных. Приведем некоторые результаты расчетов и апробации расчетных полей в исследованиях 2004-2007г.г. на Белом море.

В 2004г. работы проводились в Кандалакшском заливе. Рассчитывались следующие характеристики на 31 горизонте: температура, соленость, плотность, скорости течений (в том числе, вертикальные), уровень моря. Важной задачей анализа полученных результатов являлась верификация расчетов с использованием натурных измерений гидрофизическим зондом в контрольных точках района калибровки. На рисунке 2 показан пример такого сравнения:

Сплошная кривая – результаты расчёта, крестики - эксперимент, (результаты, полученные измерениями гидрофизическим зондом);

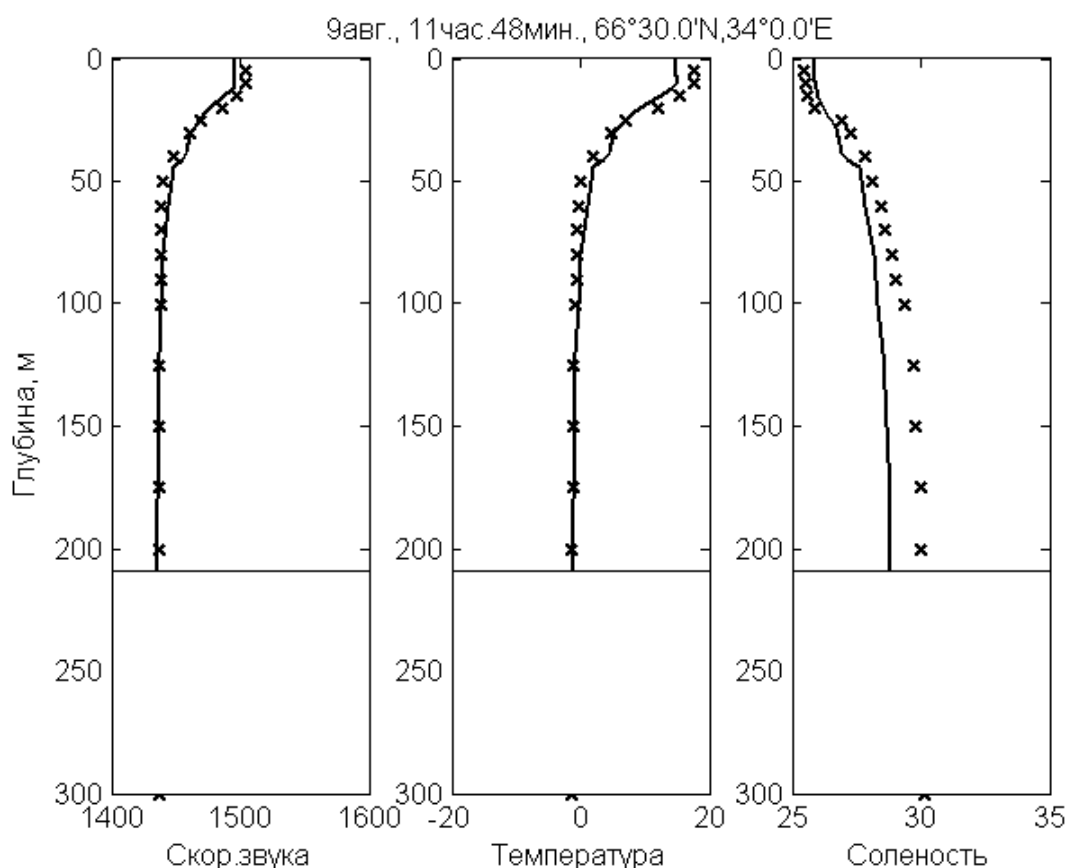


Рис. 2

Сплошная кривая – расчет по оперативной модели, крестики – натурные данные. Скорость звука находилась расчетным путем на основе натуральных измерений или модельных значений температуры, солености и давления.

Из приведенных результатов сравнения видно, что совпадение расчетных значений вертикального профиля скорости звука и температуры удовлетворительное.

Во время 21 экспедиции НИС «Ак.С. Вавилов» на Белом море в 2005г. ставились две основные задачи. Во-первых, выполнить натурные измерения профилей температуры и солености в глубоководной части Кандалакшского залива с целью корректировки начальных условий в глубоководной части моря. Во-вторых, верифицировать результаты расчетов по системе оперативного мониторинга на основе качественно выполненных гидрофизических измерений.

Две станции использовались для выполнения сравнения с расчетными данными. На рис. 3 и 4 приведены расчетные (красные линии) и измеренные (синие линии) профили температуры, солености и скорости звука для этих двух станций.

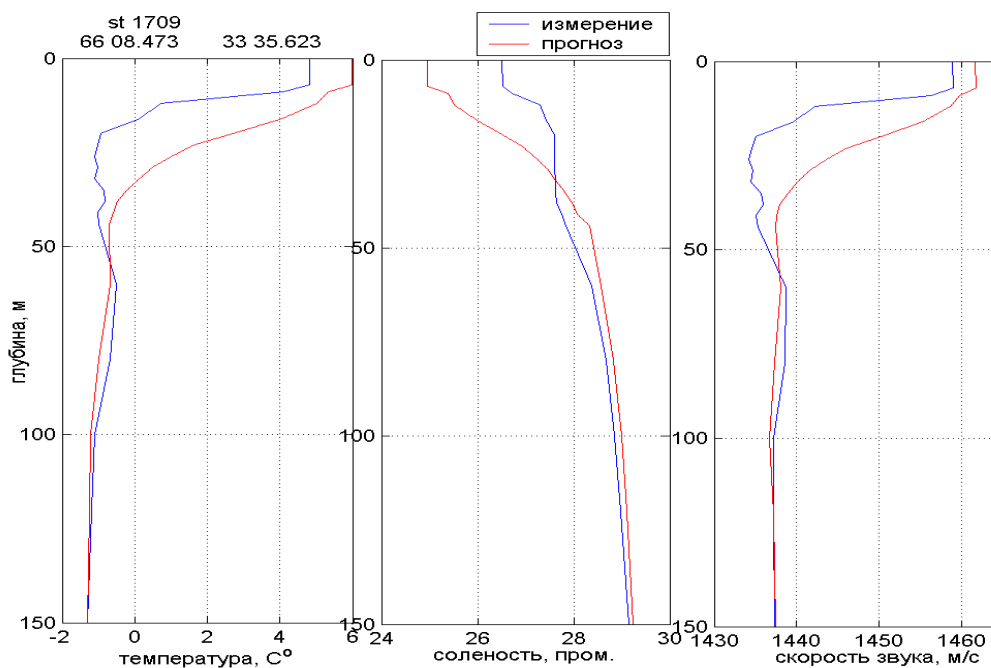


Рис. 3

Расчетные и фактические (измеренные) профили температуры и солености для тестовой станции № 1709. . Скорость звука находилась расчетным путем на основе натуральных измерений или модельных значений температуры, солености и давления.

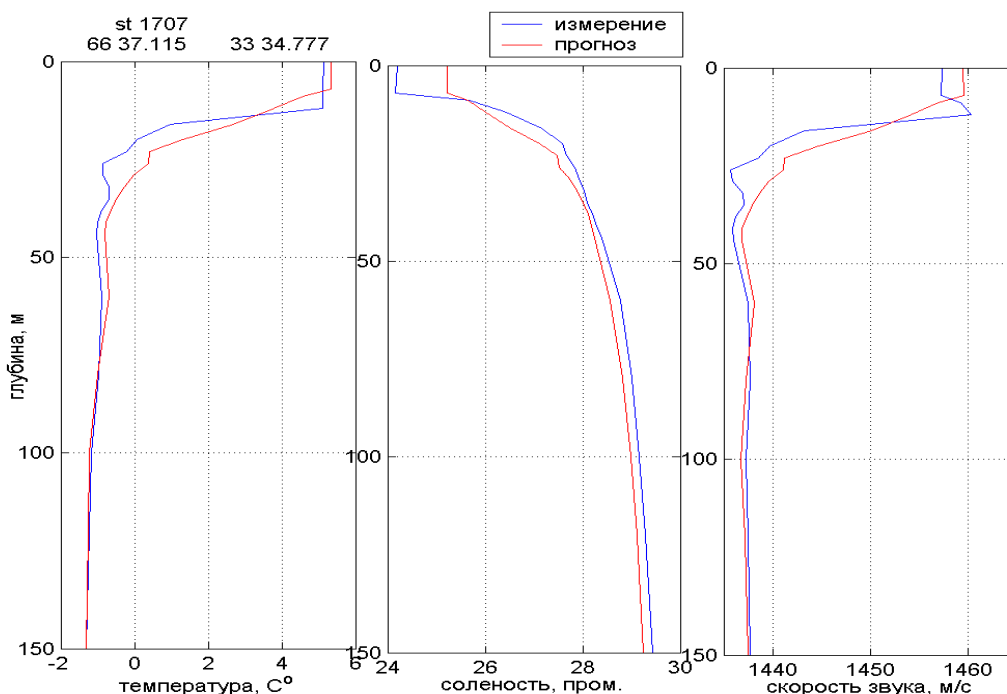


Рис. 4

Расчетные и фактические (измеренные) профили температуры и солености для тестовой станции № 1707. . Скорость звука находилась расчетным путем на основе натуральных измерений или модельных значений температуры, солености и давления.

Из приведенных результатов сравнения видно, что совпадение расчетных и измеренных вертикальных профилей удовлетворительное. Наибольшие расхождения имеют место для солености как и в 2004г.

По результатам апробации системы оперативного мониторинга (СОМ) Белого моря во время 21 экспедиции в итоговом Протоколе указывается, что: « **первичные результаты обработки, проведенной в ходе экспедиции, показали удовлетворительную работу модели СОМ Белого моря, что подтверждается сопоставлением результатов моделирования и экспериментально полученных ВРСЗ, приведенных в настоящем Протоколе, и подтверждает результаты, полученные в ходе апробации модели СОМ Белого моря в 2004 г..»**

В 2006г проводилась калибровка решения на основе прямых измерений уровня на ГМС Соловки. Полученные результаты позволили провести опытную эксплуатацию системы оперативного мониторинга в Гидрометцентре ВМФ.

В 2007г. совместно сотрудниками Института океанологии РАН и сотрудниками научного Совета по фундаментальным и прикладным проблемам С.-Петербургского научного центра выполнялась комплексная калибровка решения системы оперативного мониторинга гидрофизических полей Белого моря при использовании, в том числе, и обрывных термохалинных зондов. Приведем результаты обработки данных полигона глубоководных термохалинных измерений, выполненного с помощью обрывных зондов.

На рис.5 приведено положение полигона из 25 станций, выполненного обрывными термохалинными зондами

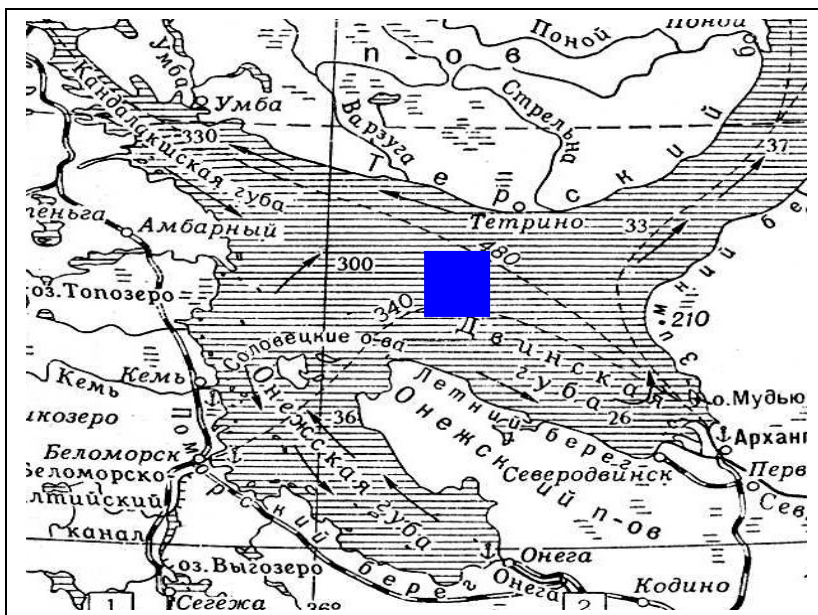


Рис.5

Положение полигона из 25 глубоководных термохалинных станций, выполненного обрывными зондами 23-24 июля 2007г.

Задача состояла в обработке данных измерений с учетом временной изменчивости полей. Собственно съемка полигона происходила с 22 часов 15 минут 23 июля до 5 часов 11 минут 24 июля, т.е. заняла порядка 7 часов. Однако условия Белого моря таковы, что 7 часов составляют чуть больше половины периода основного полусуточного прилива. Приливные же движения в Белом море, в основном, ответственны за изменчивость гидрофизических полей. Поэтому было необходимо подвергнуть полученные обрывными зондами данные глубоководных термохалинных измерений обработке по схеме четырехмерного анализа. Проблема, однако, возникает в связи с невозможностью получения основной баротропной компоненты прилива на основе данных термохалинных измерений. Эта ситуация в корне отличается от центрального полигона в Баренцевом море в 2005г и от других ранее выполненных полигонов, где приливные движения не были доминирующей причиной изменчивости гидрофизических полей в период выполнения съемки.

Решением проблемы в данном случае является использование решения задачи оперативного мониторинга, которая была реализована на этот период. Это решение и позволило синхронизировать данные измерений, полученные с помощью обрывных зондов.

На рис. 6 приведены начальные для 22 часов 15 минут 23 июля поля температуры и солености для горизонтов 12м и 52м, а на рис. 10 те же поля для момента окончания полигона в 5 часов 11 минут 24 июля.

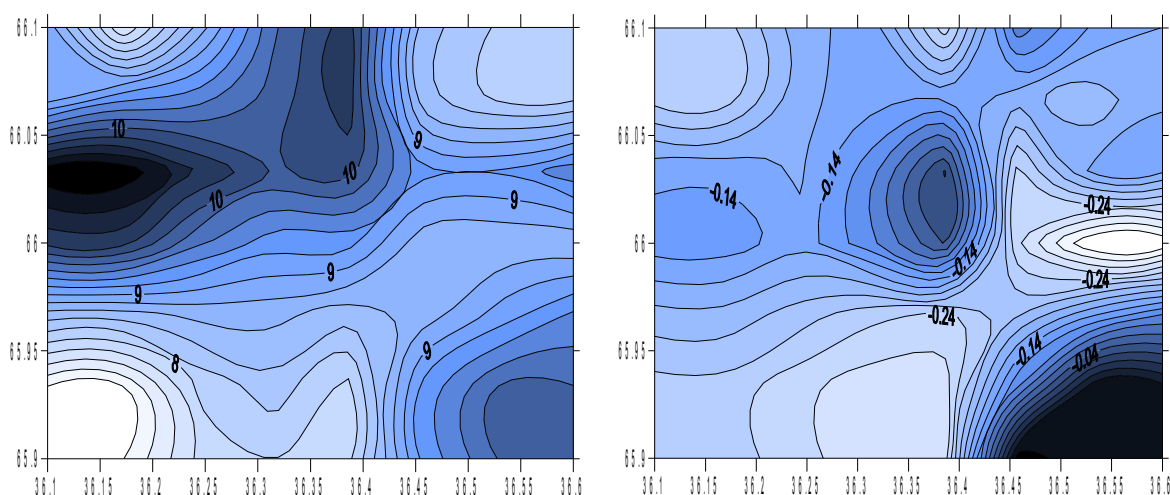


Рис.6

Начальные, в 22 часа 15 минут 23 июля, поля температуры для горизонтов 12м и 52м после обработки по схеме четырехмерного анализа с использованием баротропной части решения задачи оперативного мониторинга гидрофизических полей Белого моря.

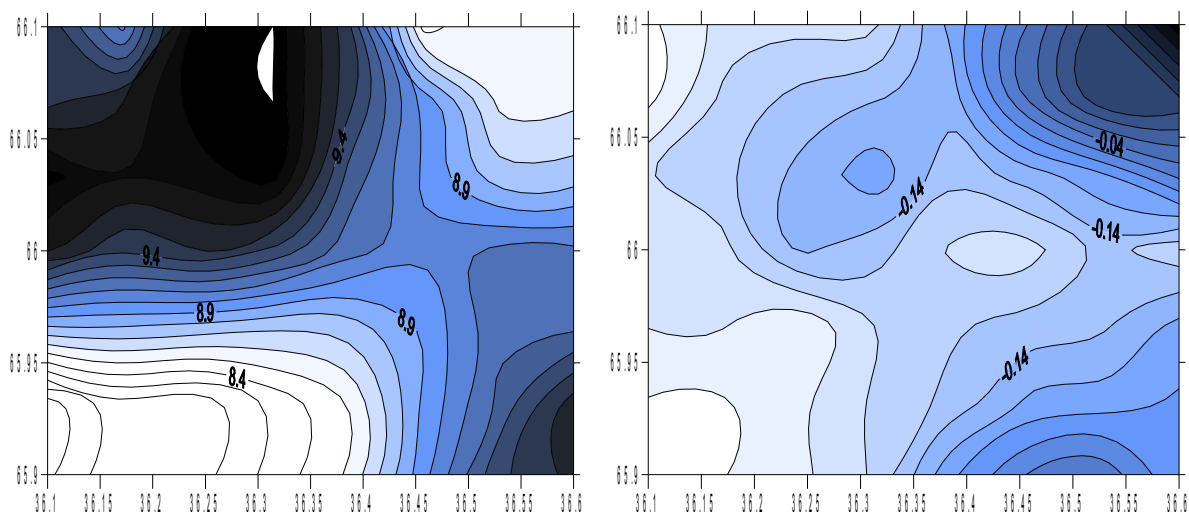


Рис.7

Поля температуры для горизонтов 12м и 52м на момент окончания съемки, в 5 часов 11 минут 24 июля, после обработки по схеме четырехмерного анализа с использованием баротропной части решения задачи оперативного мониторинга гидрофизических полей Белого моря.

Важный результат, подтверждающий необходимость обработки информации по схеме четырехмерного анализа с одной стороны и отчасти верифицирующий результаты расчетов по схеме оперативного мониторинга с другой стороны приведен на рис. 8. Здесь приведены на тех же горизонтах поля температуры, полученные из решения задачи оперативного мониторинга на момент окончания съемки. В расчете этих полей данные съемки с помощью обрывных зондов не использовались. Качественное сходство полей получается **после обработки данных измерений по схеме четырехмерного анализа**. При анализе рисунков 7 и 8 под сходством полей понимается близость фаз и направлений распространения инерционно-гравитационных волн, составляющих основной фон полей, хотя имеют место очевидные из постановок задач различия в описании синоптической компоненты изменчивости полей. В общей постановке задачи мониторинга гидрофизических полей Белого моря в начальных условиях синоптическая компонента отсутствует в виду отсутствия оперативно полученных измерений начальных данных. Это необходимо учитывать при анализе результатов. Понятно, также, как преодолеть указанный недостаток, который не носит характер научной проблемы.

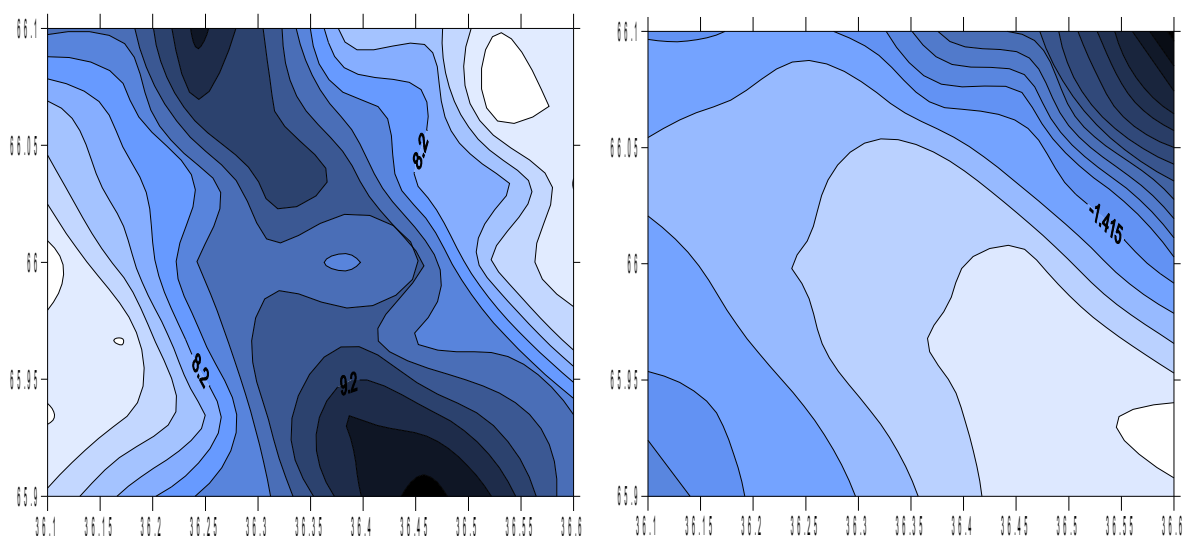


Рис.8

Поля температуры для горизонтов 12м и 52м, полученные из решения задачи оперативного мониторинга на момент окончания съемки. **В расчете этих полей данные измерений с помощью обрывных зондов не использовались.**

Приведем результаты выполненных в 2005г. в 21 экспедиции НИС «Ак.С.Вавилов» работ по реализации системы оперативного мониторинга гидрофизических полей Баренцева моря.

Как отмечалось выше, главным вопросом общей технологии создания систем оперативного мониторинга конкретного района является наличие наблюдательной сети. В данной экспедиции в качестве такой наблюдательной сети, очевидно, использовались данные гидрологического полигона из 54 станций, выполненного НИС «Ак.С.Вавилов» в районе, указанном на рис. 9.

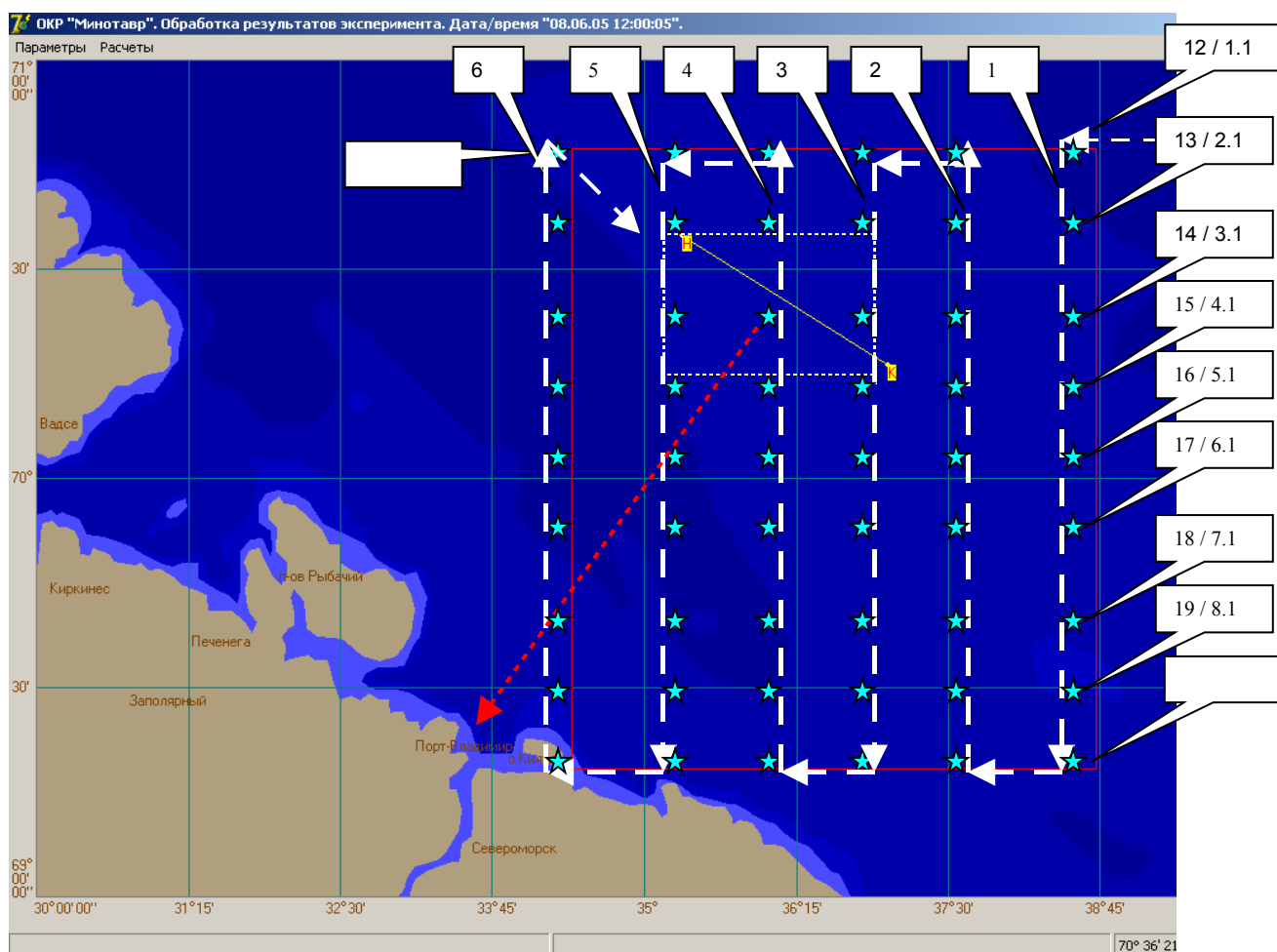


Рис.9

Местоположение полигона работ в Баренцевом море в июне 2005 г.

В ходе выполнения работ на Баренцевом море в выбранном районе было выполнено 59 станций, на которых были получены фактические данные о вертикальных профилях термohалинных характеристик морской среды. При этом 5 станций было выполнено на переходе и 54 станции было выполнено при работах в районе, указанном на рис. 9. На рис. 10 приведены среднеквадратичные ошибки расчеты за весь период интегрирования (4 суток) и средние для каждого горизонта. Прежде всего, отметим последовательное уменьшение ошибки при выполнении четырех внешних итераций, которые отмечены на рис. 10 сплошными линиями справа налево в соответствии с номером итерации. Таким образом, можно говорить, что варьирование краевых условий происходило правильно.

Существенно, что климатическая ошибка, т.е. отклонение климатических значений (крестики) от фактически измеренных является наибольшей и весьма значительной и составляет величину более градуса.

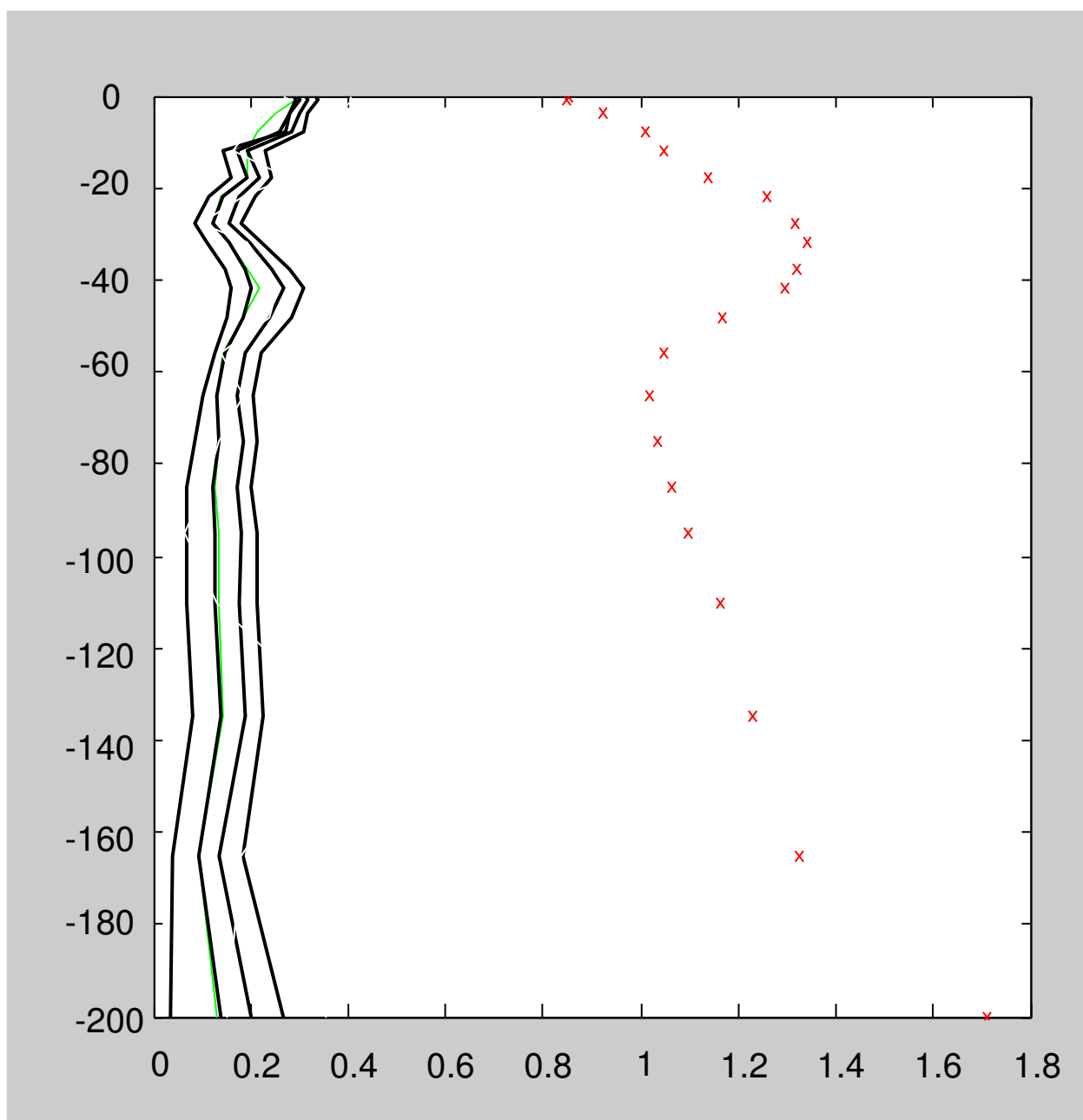


Рис. 10

По вертикальной оси отложена глубина в метрах, по горизонтальной оси отложена среднеквадратичная ошибка (в градусах) расчета температуры на каждом расчетном уровне, осредненная за весь период съемки. Сплошные линии → последовательное справа налево уменьшение ошибки при итерировании (4 итерации) (левая кривая → минимальная ошибка при радиусе усвоения по горизонтали равном 20 км) Крестики - ошибка климатического прогноза (данные Левитуса, июнь, 1/4 градуса);

В итоговом Протоколе сказано: «...приведенные выше результаты позволяют сделать вывод о достаточно устойчивой работе модели СОМ Баренцева моря, что подтверждается результатами сравнения модельных кривых ВРСЗ и экспериментальных результатов».

«Апробация системы оперативного мониторинга показала вполне удовлетворительные результаты. При работе СОМ в оперативном режиме достигнута высокая точность вырабатываемых данных».

Отметим, что в последних приведенных расчетах на полигоне в Баренцевом море в период 21 экспедиции НИС «Ак.С.Вавилов» **реализована общая постановка** задачи четырехмерного анализа данных глубоководных термохалинных измерений. При этом наблюдательная сеть реализовывалась на базе научно-исследовательского судна. Использовалась четыре раза в сутки оперативная информация о приводном анализе атмосферы так, как это указывалось при расчетах в Белом море.

Многолетний опыт работы со схемами четырехмерного анализа натурных данных показал, что наиболее доступными и обеспечивающими необходимую точность расчетов являются глубоководные термохалинные измерения. Для их выполнения достаточно обычного CTD-зонда и сами измерения не являются сложными. В этой связи имеется возможность организовать попутные судовые наблюдения. Такой эксперимент был выполнен в октябре 2007г в южной части Баренцева моря. На небольшое рыболовное судно, занимавшееся промыслом в прибрежной зоне Кольского полуострова, по договоренности с руководством компании, был направлен научный сотрудник с гидрофизическим зондом. Удалось организовать съемку из 56 станций за период примерно 5 суток. По параметрам съемка оказалась близка к полигону, выполненному НИС «АК.С.Вавилов» в 2005г. Отличие состояло в пространственной нерегулярности съемки, выполненной рыболовным судном, что сказалось и на точности полученных результатов. Так по температуре максимальная среднеквадратичная ошибка выросла на 0.2 градуса. Если сравнить финансовые затраты, то они несопоставимы. На рис.11 и 12 приведены поля температуры после обработке по схеме четырехмерного анализа для начального момента съемки и на момент окончания её.

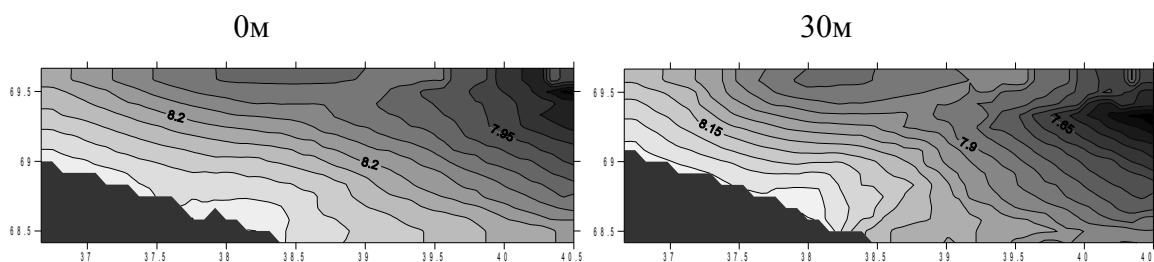


Рис.11. Поля температуры вначале съемки в южной части Баренцева моря на горизонтах 0м и 30м, рассчитанные на основе данных, полученных рыболовным судном .

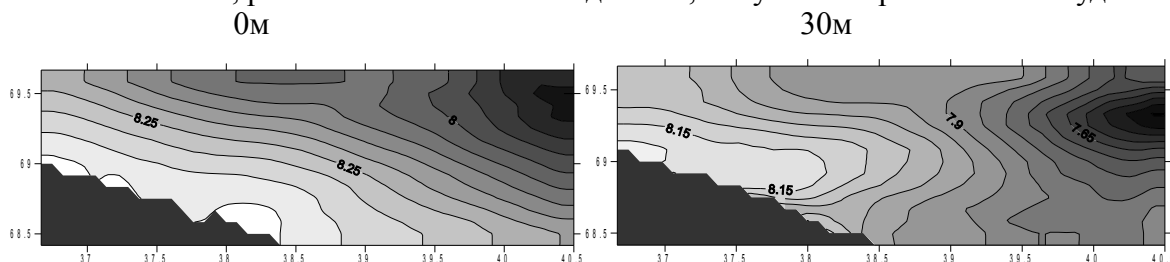


Рис.12. Поля температуры через 5 суток на момент окончания съемки в южной части Баренцева моря на горизонтах 0м и 30м, рассчитанные на основе данных, полученных рыболовным судном .

Если учесть, что одновременно в Баренцевом море находятся десятки рыболовных судов, то очевидно, что данный подход мог бы в значительной мере решить проблему натурных наблюдений для Баренцева моря. Вопрос, однако, состоит в том, кто и как должен стимулировать рыболовные компании для выполнения аналогичных работ.

Примеры расчетов по негидростатическому варианту моделей

При рассмотрении процессов и явлений в случае, когда горизонтальный масштаб явлений сравним с вертикальным, от гидростатического приближения необходимо отказываться. В этом случае уравнение движения по вертикальной координате из простого гидростатического соотношения переходит в полное уравнение движения, аналогичное уравнениям движения по горизонтальным координатам, с той лишь разницей, что в правой его части стоит потенциал силы тяжести. На рис.13 приведено поле урванной поверхности для негидростатического варианта модели после 20 минут воздействия ветром со скоростью до 10м/сек и обладающего завихренностью. В постановке задачи имеет место градиент поля плотности от юго-западного угла к северо-восточному и соответственно имеют место градиентные течения примерно направленные на юго-восток. На рисунке отчетливо видны возмущения уровня, имитирующие ветровые волны, причем фронт волн вытянут вдоль изопикн. Максимальный перепад уровня (амплитуды волны) составляет 130 см.

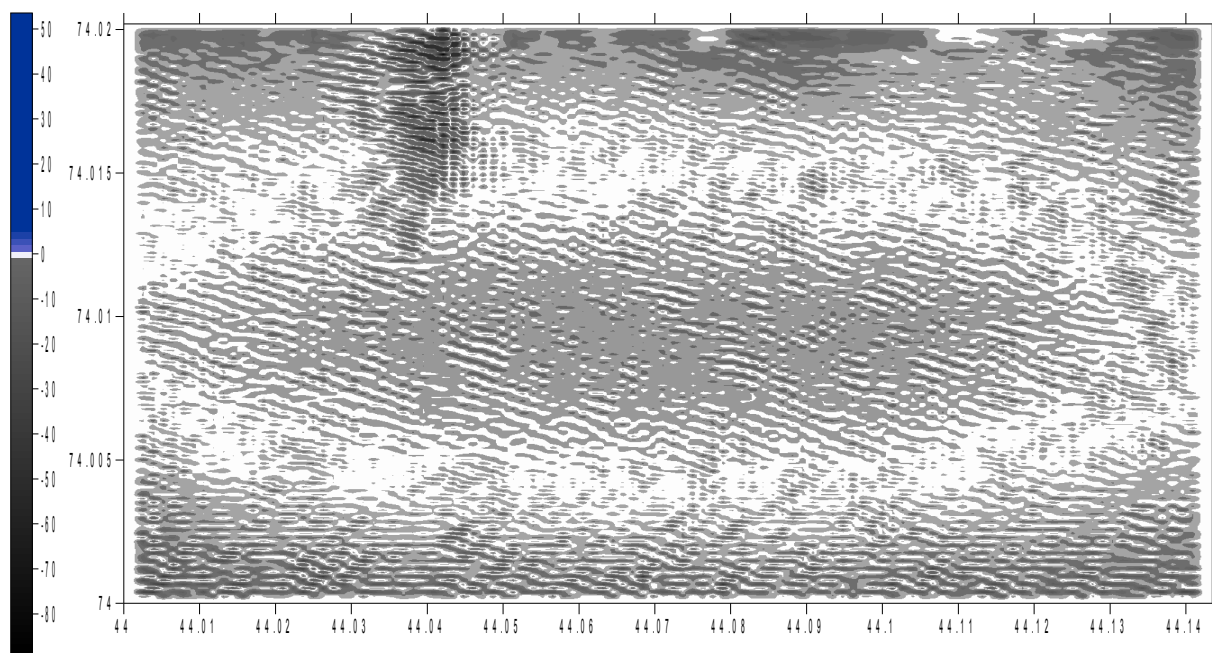


Рис.13
Возмущения уровенной поверхности после 20 минут действия ветра со скоростью до 10 м/сек для негидростатического варианта модели.

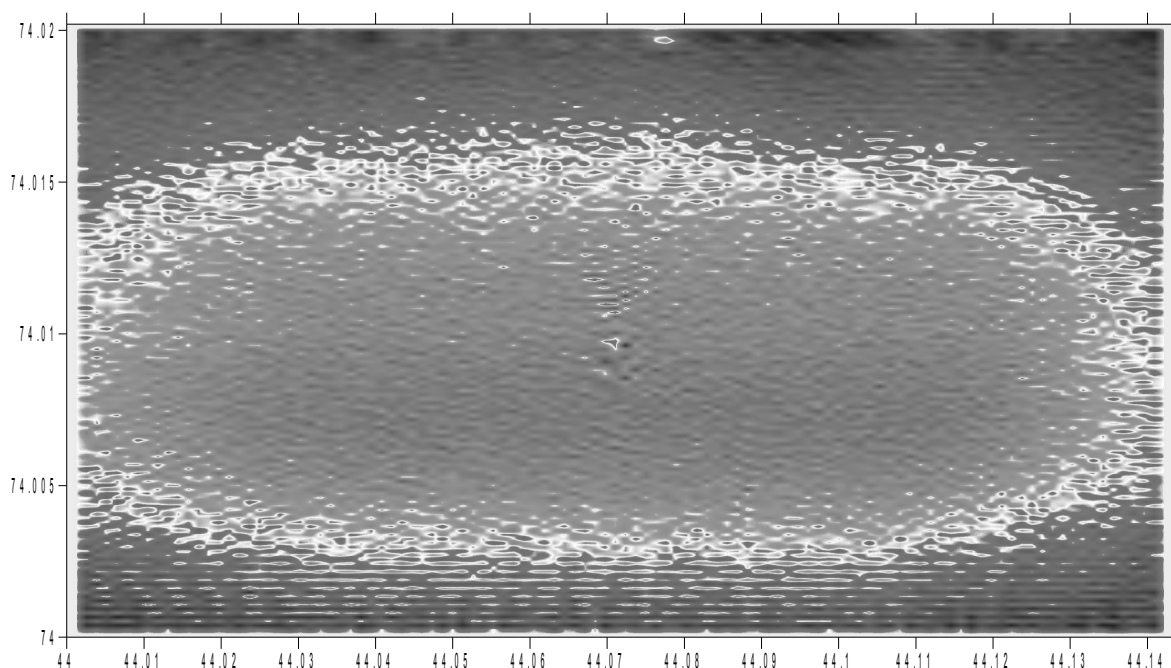


Рис.14.

Возмущение уровенной поверхности в форме «бликов» в центре области над объектом, лежащим на глубине 200м и имеющим температуру на поверхности на 0.2 градус выше окружающей среды.

На рисунке 14 приведена уровенная поверхность при наличии градиентных течений. На дне (глубина 200м) по центру района находится объект, длиной 100м и шириной 20м с температурой поверхности на 0.2 градуса выше окружающей среды. Состояние поверхности приведено для момента времени через десять минут от начала расчета. Над объектом отмечаются возмущения поверхности типа бликов.

Пример специальные исследования ассиметричных вариантов вооружений с помощью численного моделирования.

Несмотря на имеющиеся международные договорные ограничения, ведутся работы по разработке вариантов оружия, связанного с воздействием на окружающую среду. В такой ситуации практически единственным возможным инструментом исследований является численное математическое моделирование.

Приведем здесь конкретный пример такого расчета. На рис.15 приведено возмущение уровня Тихого океана в районе Курильской гряды, вызванного гигантским смещением водных масс через пролив Буссоль.

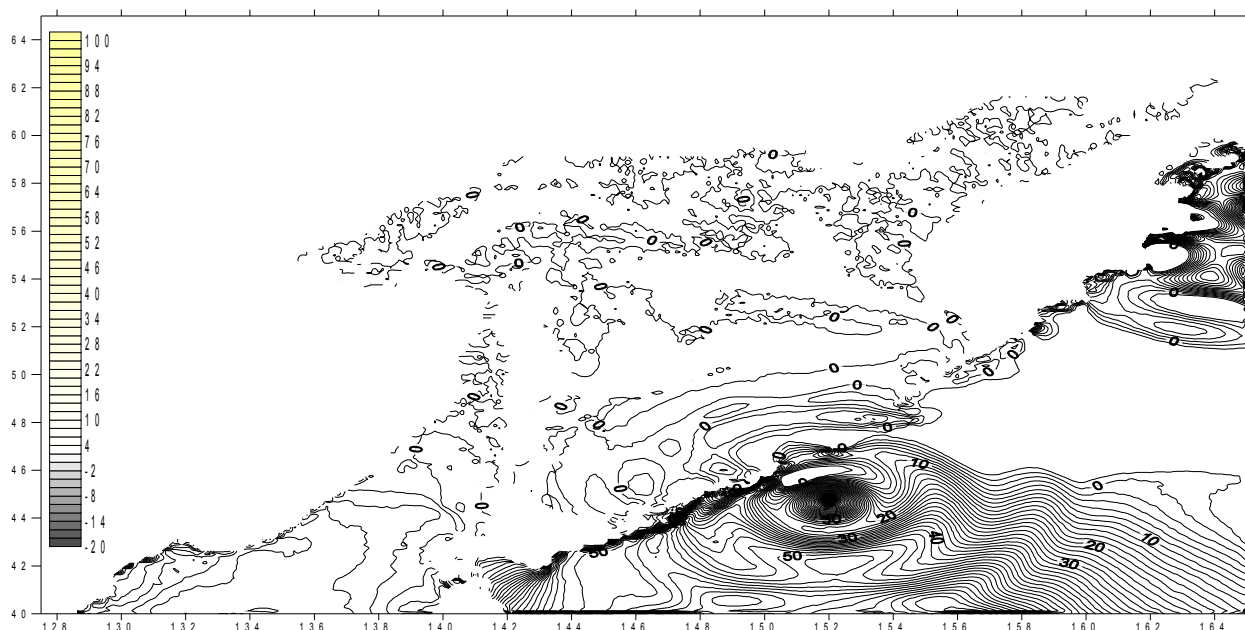


Рис.15

Возмущение уровня (в см) Тихого океана в районе Курильской гряды при смещении водных масс. В эпицентре возвышение уровня достигает значений порядка метра.

Возмущение в данном случае таково, что возникнувшее при этом цунами будет иметь сверх разрушительную мощность. Воспроизведение в реальности возмущений уровня такого масштаба затруднительно, но можно рассчитывать более слабые, но весьма разрушительные цунами, вызванные обрушением склонов в районах глубоководных желобов и впадин с помощью мощных взрывов. Основную энергию при этом выделит сползающая масса грунта.

Данный эксперимент демонстрирует лишь принципиальные возможности исследований, которые невозможно вести иным способом.

Краткие выводы

1. Необходимо развитие в настоящее время работ по созданию систем оперативного мониторинга морской среды и формирования на основе уже имеющихся разработок сложных оперативных систем анализа обстановки и связанных с ними систем вооружений на море.
2. Создание оперативных систем для окраинных морей России или иных ограниченных морских акваторий вполне реальная задача уже сейчас и не требующая высоких финансовых затрат.

Литература

Гротов А.С., Яремчук М.И. Крупномасштабная циркуляция в тихоокеанском секторе южного океана, восстановленная с использованием вариационных методов // Океанология .- 2002.- том 42, № 4.- с. 485-493.

Демышев С.Г., Коротаев Г.К. Численный эксперимент по четырехмерному усвоению данных наблюдений в Черном море в июне 1984 года на основе численной энергосбалансированной модели // Морской гидрофиз. Журнал.- 1992.- № 3.- с. 21-33.

Ефимов С.С., Семенов Е.В. О зависимости результатов модельных расчетов по схеме четырехмерного анализа от начального состояния//Океанология.-1990.-т.30,вып.1.-с.21-26.

Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными.- М.: Мир.- 1972.

Лунева М.В. Восстановление нестационарных гидрофизических полей на полигоне .- Научный отчет 13 рейса НИС «Академик С.Вавилов».- Отчет начальника отряда математического анализа.- 1997.

Льюинс Дж. Ценность.Сопряженная функция.- М.: Атомиздат.- 1972.- с. 175.

Марчук Г.И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана.- Л.: Гидрометеиздат.- 1974.

Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.- М.: Наука .- 1982.

Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем .- М.: Наука.- 1992.

Нечаев Д.А., Яремчук М.И. Усвоение гидрофизической информации в квазигеострофической модели открытого океана // Океанология.- 1992.- т 32, вып. 1.- с.49-59.

Образцов Н.Н., Пененко В.В. Вариационный метод согласования полей метеозлементов // Метеорология и гидрология.- 1976.- № 11.- с.3-16.

Пантелеев Г.Г., Максименко Н.А., Де Янг Б., Рисс К., Ямагата Т. Анизотропная оптимизация поля течения вариационным методом // Океанология.- 2000.- том 40, №4.- с.485-491.

Пененко В.В. Прямой алгоритм решения задачи динамического согласования полей метеозлементов на сфере.// Труды Зап. Сиб. РНИГМИ, вып. 11. - Л.: Гидрометеиздат.- 1972.

Пененко В.В. Вычислительные аспекты моделирования динамики атмосферных процессов и оценки влияния различных факторов на динамику атмосферы, Некоторые проблемы вычислительной и прикладной математики.- Новосибирск: Наука, 1975.- с.3-20.

Пененко В.В. Системная организация математических моделей для задач динамики атмосферы , океана и охраны окружающей среды// Препринт ВЦ СО АН СССР № 619.- Новосибирск.- 1985.- с.43.

Саркисян А.С., Кныш В.В. Четырехмерный анализ гидрофизических полей океана и моря: модельные численные эксперименты и результаты реконструкции// Изв.АН СССР.- Физика атмосферы и океана.-2003,- т.39, №6,- с. 817-833.

Саркисян А.С., Кныш В.В., Демышев С.Г., Моисеенко В.А., Обухов С.А. Многоэлементный четырехмерный анализ гидрофизических полей на основе динамико-стохастических моделей // Итоги науки и техники, Сер. Атмосфера, океан, океан.- М.- 1987.- т.9.- с. 5- 64.

Саркисян А.С., Семенов Е.В., Ефимов С.С. Численная модель четырехмерного анализа полигонных термохалинных измерений // Изв.АН СССР.- Физика атмосферы и океана.- т.25.- № 1.- с. 53-61.

Семенов Е.В. Основы динамики и мониторинга Белого моря // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, 2004, с.190.

Семенов Е.В., Бирюк С.В. Применение метода множителей Лагранжа к задачам усвоение натурных данных // Известия АН СССР, Физика атмосферы и океана.-1991.-т.27, №12.- с.1316-1324.

Семенов Е.В., Бирюк С.В. Восстановление начального условия для линейного одномерного уравнения переноса тепла градиентным методом // Эксперимент «Мегаполигон».- М., Наука, 1992.- с.363-370.

Семенов Е.В., Ефимов С.С., Русецкий К.К. Четырехмерный анализ гидрологических наблюдений в эксперименте «Мегаполигон – 87».- Эксперимент «Мегаполигон».- М., Наука, 1992.- с.358-367.

Семенов Е.В., Лунева М.В. Численная модель приливной и термохалинной циркуляции вод Белого моря // Известия АН, Физика атмосферы и океана.- 1995.-том 32, № 5.- с. 704-713.

Семенов Е.В., Лунева М.В. О совместном эффекте прилива, стратификации и вертикального турбулентного перемешивания на формирование гидрофизических полей в Белом море // Известия АН, Физика атмосферы и океана.- 1999.- том 35, № 5, с. 660-678.

Семенов Е.В., Русецкий К.К. Численная модель для обработки полигонных термохалинных измерений // Изв. АН СССР.- Физика атмосферы и океана.-1987.- т.23, № 3 .- с.314-319.

Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.- Москва: Наука.- 1979.- с. 285.

Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи.- Москва: Наука, Физматлит.- 1995.- с. 311.

Avilov K., Krupin V., Sabinin K. Numerical modelling of the Bering Strait acoustical monitoring // Proc. Conf. IEEE/OES OCEANS 98, Nice, France.- 1998.- v.1.- p.143-147.

Bennet A. Inverse methods for assessing ship-of-opportunity networks and estimating circulation and winds from tropical expendable bathythermograph data // Journal of Geophysical research.- 1990.- 95,16,111-16,148.

Bennet A. & Miller R. Weighting initial conditions in variational assimilation schemes // Monthly Weather Review.- 1991.- 119.- pp.1098-1102.

Bennet A. & Thornburn M. The generalized inverse a nonlinear quasigeostrophic ocean circulation model // Journal of Physical Oceanography.- 1992.-22.-pp.213-230.

Demyshev S.G., Korotaev G.K., Moisenko V.A., Sarkisyan A.S. Numerical experiments on a four-dimensional analysis of the “Polymode” and “Sections”// Programmers oceanographic data, In: Nihoul G.C.J., Coupled ocean-atmosphere models, Elsevier Oceanogr. Series.- 1995.- pp. 659-673.

Derber J. and Rosaty A. A Global Oceanic Data assimilation system // Journal of Physical Oceanography.- 1989.- v.19.- pp.1333-1347.

Ghil M. Meteorological data assimilation for oceanographers. Part 1: Description and theoretical framework // Dynamics of Atmospheres and oceans.- 1989.- 13.- pp.171-218.

Holland W. & Malanotte-Rizzoli P. Assimilation of altimeter data into an ocean circulation model: space versus time resolution studies // Journal of Physical oceanography.- 1989.- 19.- pp. 1507-1534.

Launder B.E., Reece G.J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds stress closure // J. Fluid Mech.- 1975.- p. 68.

Launder B.E., Spalding D.B. Mathematical models of turbulence.- L.-N.Y., Academic press.- 1972.

Le Dimet F., Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects // Tellus.- 1986.- 38A.- pp.97-110.

Marchuk G.I., Zalesny V.B. A numerical technique for geophysical data assimilation problems using Pontryagin's principle and splitting-up method // R.J. Numer. Anal. Math. Modelling.- 1993.- v. 8, NO. 4.- pp. 311-328.

Moisenko V.A., Saenko O.A., Sarkisyan A.S. Ocean state diagnosis based on the Kalman smoother // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling.- 1994.- v.9, NO.5.- pp. 475-487.

Navon I., Legler D. Conjugate gradient methods for large-scale minimization in meteorology //

Mon. Wea. Rev. - 1987.- v. 115, № 8.- pp. 1470-1502.

Orlanski I. A simple boundary conditions for unbounded hyperbolic flows // J .Comput. Phys.- 1976 .- v.12 ,N3 .- pp. 251-269.

Phillips O.M. Energy loss mechanisms from low mode waves .- Novosibirsk: Report on the Soviet-American Conference on Internal Waves.- 1976.

Phillips O.M. Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves // J. Fluid Mech.- 1985.- vol.156.- pp.505-531.

Reznik G.M., Grimshaw R. Nonlinear geostrophic adjustment in the presence of a boundary // J. Fluid. Mech.-2002.-vol.471, - pp. 257-283.

Sasaki Y. An objective analysis based on the variational method // J. Meteorol. Soc., Japan.- 1958.- 36.- pp. 738-742.

Sasaki Y. Some basic formalism in numerical variational analysis // Mon. Wea. Rev.- 1970.- 98.- pp.875-883.

Sasaki Y. and Goerss J. Satelite data assimilation using NASA data systems test 6 observations // Mon. Wea. Rev.- 1982.- 110.- pp.1635-1644.

Semenov E.V. Ein numerisches Schema der vierdimensionalen Analyse von thermohalinen Feldmessungen im Ozean // Berlin: Beitr. Meereskd.- 1989.- 60,- p.41-52.

Thacker W. The Role of the Hessian Matrix in Fitting Models to Measurements // Journal of Geophysical research.- 1989.- vol.94, No.C5.- pp.6177-6196.

Yaremchuk M., Yaremchuk A. Variational inversion of the ocean acoustic tomography data using quadratic approximation to travel time // Geophysical research letters.-2001.- vol. 28, no. 9.- pp. 1767-1770.